基于时间序列预测的物料生产安排模型

摘　要

论文试图根据某企业产品需求的历史记录，建立数学模型，解决合理安排生产计划问题。

首先，统计所有284种不同物料需求出现的频数、数量、趋势、销售单价和销售总额，选择销售总额较大、记录频数较多、需求数量较高的不同趋势（水平型、上升型、下降型）的6种物料进行关注。

其次，对选择重点关注的6种物料，以周为单位，统计每种物料的周需求量。建立物料需求的周预测模型，采用三次指数平滑预测法，编写程序，进行短期预测。即用前100周数据预测第101周数据，用前101周数据预测第102周数据，以此类推。经过不断尝试，并且考虑到平均服务水平不低于85%的要求，针对不同趋势的数据，采用不同的参数（水平型取参数α=0.3，上升型取参数α=0.8，下降型取参数α=0.4），这样选择的参数可以快速、大幅提高需求量的增长，从而降低缺货量，进而保障服务水平的高质量。

根据这个原则，分别对6种不同物料进行统计和计算，得到6种物料第101-177周的库存量、缺货量和服务水平，以及综合结果。计算结果发现，6种物料的平均服务水平都超过85%，绝大多数周的服务水平都达到100%，然而，平均库存量也较大。其中物料6004021055平均库存量高达198.63件/周。

再次，在第2题的生产安排模型中，服务水平高，但是库存量大，为了在二者之间寻求平衡，论文提出"强化参数法"和"联合调整法"。在"强化参数法"中，对于每周需求量计算都按照方案调整一次参数，及时地补充和跟进需求量的增加，以保证服务水平不会连续较低的情况。而"联合调整法"则是联合上周库存量、缺货量和本周需求预测值，极大限度地压缩库存量，减少成本。在这两个方法相继使用之下，很好地平衡了服务水平和库存量的关系。

根据这个想法，分别对6种不同物料进行统计和计算，得到6种物料第101-177周的库存量、缺货量和服务水平，以及综合结果。计算结果发现，所有物料的平均库存量均有不同程度下降，物料6004021055的平均库存量降到45.51件/周，降幅77.1%，而平均服务水平则降为82.91%。针对其他平均库存量本来就较小的物料，改进方案，使得服务水平达到85%以上的同时，平均库存量也在20件/周以下。

最后，调整假设条件，延长产品从计划到使用的时间，这必然导致缺货量增加，所以对"强化参数法"和"联合调整法"都进行了改进，倾向于增加库存量来避免持续缺货，严重影响服务水平的情况，针对延长k周（k=2）的情况进行计算，从计算结果来看，效果是很好的，只是对于这两种方法中的参数，需要更多数据和探索，以期获得更多经验。

关键词：生产安排　时间序列　三次指数平滑　预测　MATLAB　库存量　服务水平

一、问题重述

某电子产品制造企业，欲分析已有历史数据，预测物料需求，进而安排生产计划。

赛题附件提供某电子产品制造企业自 2019 年 1 月 1 日起至 2022 年 5 月 21 日的物料编码及其需求量、销售单价记录，我们将解决以下：

1、分析历史数据，选择 6 种应当重点关注的物料，建立物料需求的周预测模型，并利用历史数据对预测模型进行评价；

2、如果本周计划生产的物料只能在 k（k=1）周及以后使用，制定 6 种重点物料的生产计划表（含第 101 周-177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量、服务水平），计算 6 种物料的综合结果，使得平均服务水平不低于 85%；

3、平衡库存量成本与服务水平之间的关系，调整周生产计划，重新制定生产计划表和计算综合结果；

4、如果本周计划生产的物料只能在 k（k≥2）周及以后使用，重新制定生产计划。

二、问题分析

2.1 问题 1 分析

1.结合物料需求出现的频数、数量、趋势、销售单价和销售总额，利用 EXCEL 工具排序，选择 6 种重点关注的物料。

2.以周为单位，统计周需求量历史数据。

3.建立时间序列三次指数平滑预测模型，对周需求量进行预测，计算误差。

2.2 问题 2 分析

1.假设周需求量预测值为生产计划，提出“参数调整法”，即对物料趋势进行分类，利用三次指数平滑预测法，水平型取参数 α=0.3，上升型取参数 α=0.7（为了保障服务水平处于较高的质量），下降型取参数 α=0.6，确定生产计划。

2.梳理生产计划、实际需求、库存、缺货量及服务水平之间的关系，按照一周后才能使用产品的假设，计算 6 种重点关注物料在第 101-177 周的库存、缺货量及服务水平。

3.进一步计算 6 种物料的综合结果。

4.分析问题。

2.3 问题 3 分析

中国大学生在线 dxs.moe.gov.cn

1.将问题 2 的流程进行调整，增加调整生产计划的步骤：

确定需求量预测——**“强化参数法+联合调整法”调整实际生产计划**——计算库存、缺货量、服务水平——计算综合结果。

2.确定调整实际生产计划的方案，即根据库存、需求量调整生产计划（降低库存成本），根据服务水平、缺货量调整生产计划（提高服务水平），以实现平均服务水平高于 80%，且库存量大幅度低于问题 2 中库存量。最终实现库存量与服务水平之间的平衡。

3.计算 6 种物料的库存、缺货量及服务水平，及综合结果，并与问题 2 中的结果进行对比。

2.4 问题 4 分析

1.更改假设，假设本周计划生产的物料只能在 k=2 周及以后使用，那么对突然增加需求量的情况就必然导致服务水平极低，所以必须继续调大参数 α=0.9，并且在需求量基础上数乘 β（β≥1），以达到快速增加需求量的目的。k 值越大，β 值也越大。

2.计算 6 种物料的库存、缺货量及服务水平，及综合结果。

三、模型假设与符号说明

3.1 模型假设

1、假设附件所给数据无遗漏，数值均无误；

2、假设本周生产计划所生产的产品，本周并不能使用，必须在 k（k≥1）周之后才能使用。

3.2 符号说明

符号	含义
$\hat{y}_t$	第 t 周实际需求量
y_t	第 t 周需求量预测值
C_t	第 t 周生产计划数量
K_t	第 t 周库存量
Q_t	第 t 周缺货量
F_t	第 t 周服务水平
α	三次指数平滑预测法中的参数
β	问题 4 中生产计划调整参数

表 1 论文中使用的符号说明

四、模型的建立与求解

4.1 问题 1 的模型

4.1.1 选择 6 种重点关注的物料

附件中给出 2019 年 1 月 1 日-2022 年 5 月 21 日共 22453 条数据，每条数据含物料编码、需求量及销售单价。

在 EXCEL 中，对物料编码去重复，得到共 284 个不同的物料编码，再用 COUNTIF 函数分类计数得到不同物料编码的**频数**，用 SUMIF 函数分类求和得到不同物料编码的**数量**，考虑到企业盈利的目的，计算不同物料编码的**销售总额**。需要指出的是，同一物料编码的销售单价在不同时间会有差别，论文中将采用**平均销售单价**的计算办法，即：

$$\text{平均销售单价}=\frac{\text{销售总额}}{\text{总数量}}=\frac{\sum(\text{数量}\times\text{销售单价})}{\sum\text{数量}}$$

接下来考虑几项指标：

·频数，代表订单客户的数量，频数越大，客户群体越大。

·数量，代表物料需求总量，关系到销售数量、销售总额，影响生产计划。

·平均销售单价，与销售总额相关。

·趋势，代表对产品的预判，影响生产计划。

不同物料的各项计算结果如表 2（按销售总额降序排列，颜色代表在该项目降序排列中居前十五）：

物料编码	频数	数量	平均销售单价	销售总额	趋势（特点）	重点关注
6004020918	620	2213	2280	5045408	下降型数据	√
6004010372	80	2657	1815	4823621	频数太少，数据量不够多，影响预测，建议后期关注	
6004020900	444	717	6332	4540071	上升型数据	√
6004021155	130	1075	3517	3781103	频数太少，数据量不够多，影响预测，建议后期关注	
6004010174	418	2601	1302	3386739	2021.11.5 之后无数据，不值得关注	
6004021055	318	2969	1050	3116285	下降型数据	√
6004020768	180	434	6410	2781860	水平型数据，从 2019-2022 年需求量持续保持，有特点	√
6004021096	160	569	4456	2535298	频数太少，数据量不够	

					多，影响预测，建议后期关注	
6004021111	139	375	6521	2445243	频数太少，数据量不够多，影响预测，建议后期关注	
6004020763	126	283	8609	2436296	频数太少，数据量不够多，影响预测，建议后期关注	
6004020921	337	934	2396	2238134	水平型数据	√
6004010256	955	1585	1366	2165199	上升型数据	√

表 2 不同物料编码的频数、数量、销售单价、销售总额计算

表 2 列出的是按销售总额排序的前 10 位，其他有些物料虽然销售单价高达上万元，但是需求量不大，导致销售总额不高，如果利润率相当的情况下，利润也就不如销售总额更高的物料来得大。

挑选原则：在选择重点关注的 6 种物料时，优先考虑销售总额高的物料，其次，考虑物料的频数较多、需求数量较大，最好有不同趋势的物料。如果周需求量的数据太少，会影响预测结果，建议后期再关注。

例如，在统计周需求量时，发现物料 6004010174 在 2021 年 11 月 5 日之后就没有需求数据了，该情况被认为是产品停产或者不再销售，也就是需求趋势为 0，故不应关注这样的物料。另外，物料 6004020900 从 2019 年 10 月 21 日才开始出现记录，持续到 2022 年 5 月 21 日，且需求量逐步增加，这样的物料值得被关注。

最后，在综合考虑频数、数量、销售单价、销售总额等各项因素后，选择以下 6 种物料重点关注：

	物料编码
1	6004020918
2	6004020900
3	6004021055
4	6004020768
5	6004020921
6	6004010256

表 3 重点关注的 6 种物料编码

中国大学生在线 dxs.moe.gov.cn

4.1.2 物料需求的周预测模型——时间序列模型（三次指数平滑法）

首先，对 6 种不同物料需求量按周进行统计，绘制散点图：

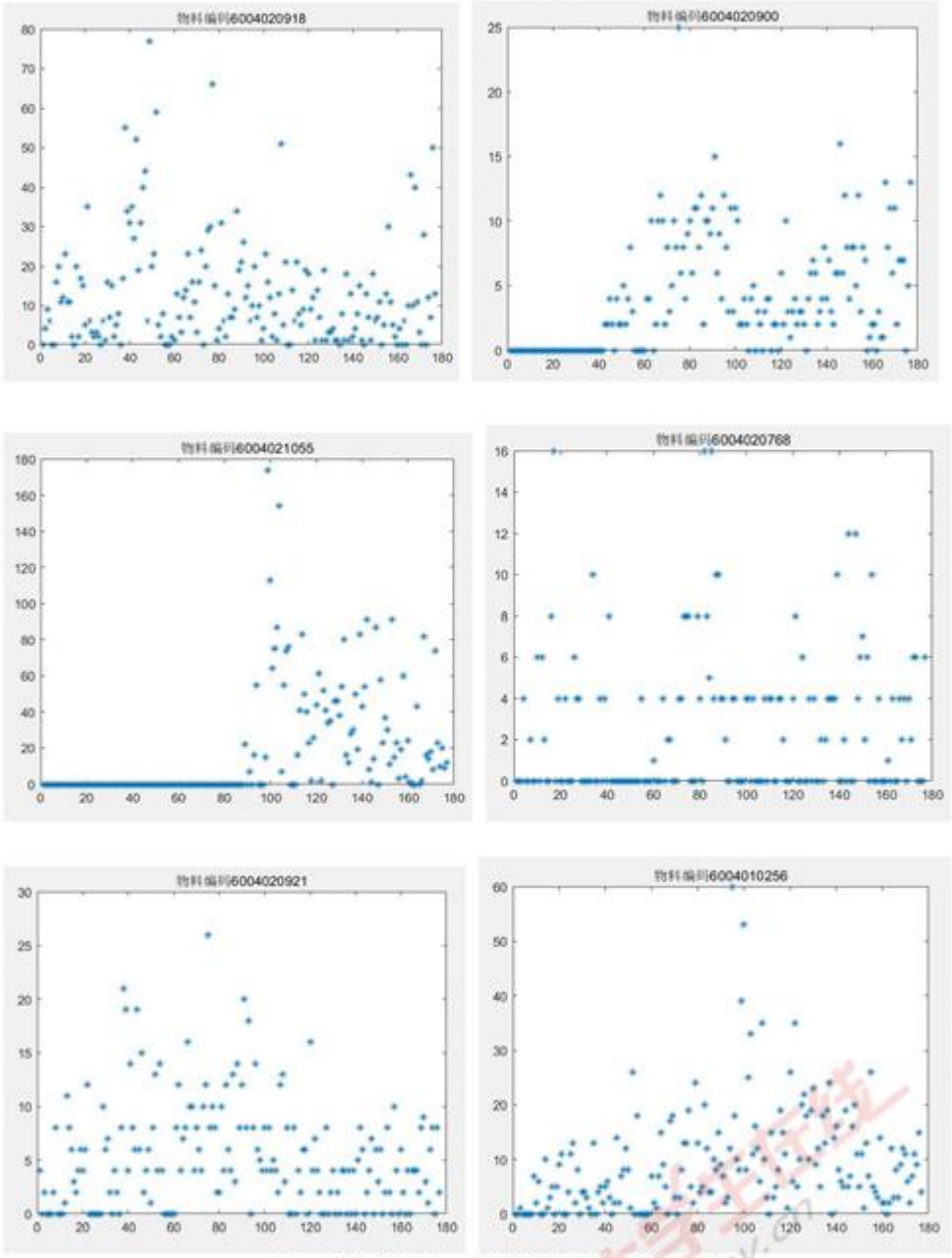


图 1 重点关注的 6 种物料周需求量散点图

观察散点图，发现：

1. 6004020918、6004020768、6004020921、6004010256 物料自 2019 年 1 月 2 日以来保持持续生产，而 6004020900、6004021055 物料都只是近一年来才有

生产记录。

2. 6004020900、6004010256 物料的周需求量有上升趋势，6004020918、6004021055 物料周需求量略有下降趋势，6004020768、6004020721 物料周需求量则有水平型趋势。

针对数据特点，建立时间序列模型来进行周预测。

假设周需求量为时间序列$\{y_t\}$，下面综述时间序列的几种模型：

时间序列方法	时间序列模型	特点
简单一次移动平均预测法	$\hat{y}_{t+1}=\frac{y_t+y_{t-1}+\cdots+y_{t-n+1}}{n}$ $\hat{y}_{t+1}$ 表示第 t+1 期预测值(t≥n) y_t 表示第 t 期实际值 n 表示移动平均的项数 预测误差 $\sigma=\sqrt{\frac{\sum(y_{t+1}-\hat{y}_{t+1})^2}{N-n}}$ N 为时间序列$\{y_t\}$所含原始数据的个数	把参与平均的数据在预测中所起的作用同等对待； n 不宜过大或过小，如果没有周期变动，n 可取较大，如果数据类型呈上升型或下降型趋势，n 可取较小的数。
加权一次移动平均预测法	$\hat{y}_{t+1}=\frac{w_1y_t+w_2y_{t-1}+\cdots+w_ny_{t-n+1}}{w_1+w_2+\cdots+w_n}$ $\hat{y}_{t+1}$ 表示第 t+1 期预测值 y_t 表示第 t 期实际值 w_i 表示权重 n 表示移动平均的项数 预测误差 $\sigma=\sqrt{\frac{\sum(y_{t+1}-\hat{y}_{t+1})^2}{N-n}}$ N 为时间序列$\{y_t\}$所含原始数据的个数	把参与平均的数据在预测中所起的作用区别对待； 一般原则：近期数据的权重大，远期数据的权重小。
一次指数平滑预测法	$\hat{y}_{t+1}=S_t^{(1)}=\alpha y_t+(1-\alpha)S_{t-1}^{(1)}$ $\hat{y}_{t+1}$ 表示第 t+1 期预测值 y_t 表示第 t 期实际值 $S_{t-1}^{(1)}$，$S_t^{(1)}$ 分别表示第 t-1，t 期一次指数平滑值	实际预测时，可选不同的α值进行比较，选择一个比较合适的α值。 需要给出初值 $S_0^{(1)}$，可取原时间序列的第一项或前几项

中国大学生在线 cdxs.mbaol.com

	α 表示平滑系数，$0<\alpha<1$ 预测误差 $\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-1}(y_{t+1}-\hat{y}_{t+1})^2}{n-1}}$ n 为时间序列 $\{y_t\}$ 所含原始数据的个数	的算数平均值为初值。
二次指数平滑预测法	$\begin{cases}S_t^{(1)}=\alpha y_t+(1-\alpha)S_{t-1}^{(1)}\\S_t^{(2)}=\alpha S_t^{(1)}+(1-\alpha)S_{t-1}^{(2)}\\\hat{y}_{t+T}=A_T+B_T T\end{cases}$ $A_T=2S_t^{(1)}-S_t^{(2)}$ $B_T=\frac{\alpha}{1-\alpha}(S_t^{(1)}-S_t^{(2)})$	适用于时间序列呈线性增长趋势情况下的短期预测
三次指数平滑预测法	$\begin{cases}S_t^{(1)}=\alpha y_t+(1-\alpha)S_{t-1}^{(1)}\\S_t^{(2)}=\alpha S_t^{(1)}+(1-\alpha)S_{t-1}^{(2)}\\S_t^{(3)}=\alpha S_t^{(2)}+(1-\alpha)S_{t-1}^{(3)}\\\hat{y}_{t+T}=A_T+B_T T+C_T T^2\end{cases}$ $A_t=3S_t^{(1)}-3S_t^{(2)}+S_t^{(3)}$ $B_t=\left(\frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2}\right)\left[(6-5\alpha)S_t^{(1)}-2(5-4\alpha)S_t^{(2)}+(4-3\alpha)S_t^{(3)}\right]$ $C_t=\left(\frac{\alpha^2}{2(1-\alpha)^2}\right)\left[S_t^{(1)}-2S_t^{(2)}+S_t^{(3)}\right]$ 预测误差 $\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-1}(y_{t+1}-\hat{y}_{t+1})^2}{n-1}}$	三次指数平滑在二次指数平滑的基础上保留了季节性的信息，使得其可以预测带有季节性的时间序列。适用更多时间序列的应用问题。 经验地，当时间序列数据是水平型的发展趋势类型，α 可取 0-0.3；当时间序列数据是上升（或下降）的发展趋势类型，α 可取 0.6-1.

表 4 时间序列方法

根据物料周需求量散点图，发现并不是所有需求量都具有上升型或下降型的特点，还是有水平型的的数据存在。所以，论文将采用**三次指数平滑预测法**，以适合更多的需求量类型。

具体算法：

1.利用 $y_1,y_2,\cdots y_{100}$ 预测 $\hat{y}_{101}$，

2.再利用 $y_1,y_2,\cdots y_{101}$ 预测 $\hat{y}_{102}$，……，以此类推，

3.如果遇到周需求量预测值 $\hat{y}_t<0$，**校准**取 $\hat{y}_t=0$。

根据三次指数平滑预测法的算法编写 MATLAB 程序实现计算（见附录）。

以物料编号 6004020768 为例，由于数据有水平型特点，故取 α=0.3，计算结果如下：

	实际值 y_t	预测值 $\hat{y}_t$	方差 $\left(y_t-\hat{y}_t\right)^2$
第 101 周	4.00	3.14	0.74
第 102 周	0.00	4.79	22.92
第 103 周	4.00	1.72	5.19
第 104 周	0.00	3.88	15.09
第 105 周	0.00	1.15	1.31
第 106 周	0.00	0.00	0.00
第 107 周	0.00	0.00	0.00
……	……	……	……
第 173 周	6.00	5.77	0.05
第 174 周	0.00	7.00	48.98
第 175 周	0.00	1.88	3.52
第 176 周	0.00	0.00	0.00
第 177 周	6.00	0.00	36.00
标准差 $\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-1}(y_{t+1}-\hat{y}_{t+1})^2}{n-1}}=0.481846$			

表 5 预测值与实际值误差计算

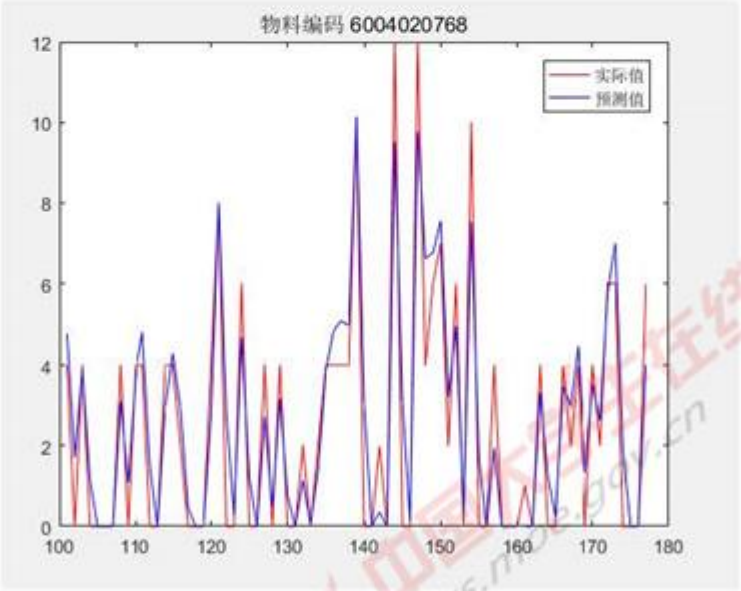
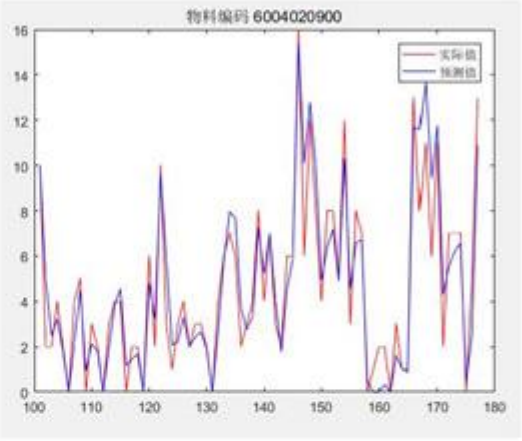


图 2 实际值与预测值比较图

所有 6 种物料的预测值及误差计算见支撑材料“第 1 题-6 种物料的预测值及误差计算.xlsx”。

对于前期为 0 后面才出现数据的情况，我们尝试了保留数据 0 和删除数据 0 两种方法进行预测，得到计算结果对比图：



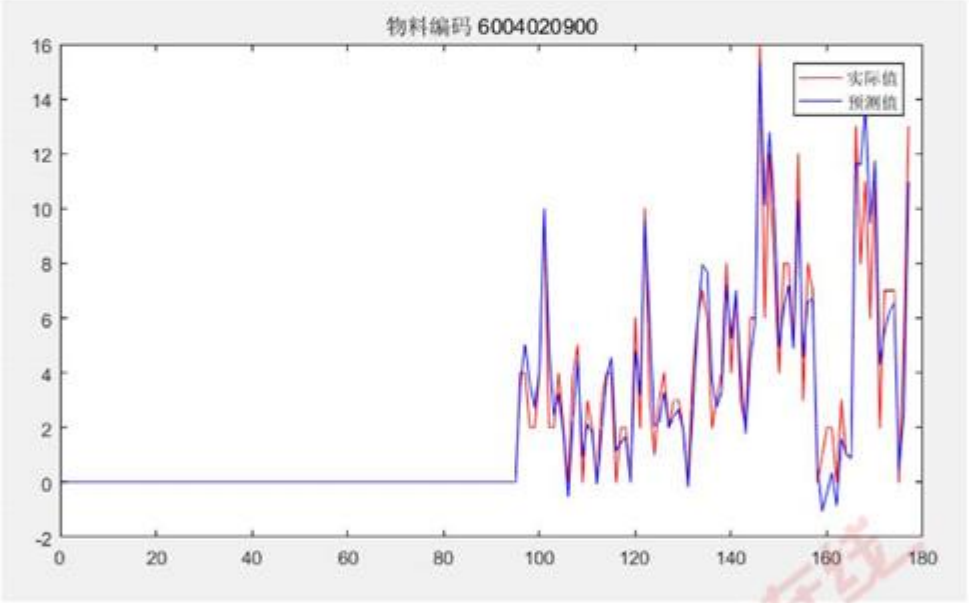


图 3 是否使用前期 0 数据对比图

可以发现，除了最初的几个数据预测有偏差之外，后面的预测结果几乎一致，但是前面数据增长速度跟不上的话，会影响服务水平的计算。所以，论文中采用删除前期全是 0 的数据，从第一个不是 0 的数据开始。

采用时间序列三次指数平滑预测法**模型评价**：

（1）利用三次指数平滑预测法，适合更多样的数据变化类型，包括水平型、

上升型、下降型等。水平型取参数 α=0.3，上升型取参数 α=0.6，下降型取参数 α=0.6，预测周需求量。

（2）使用 MATLAB 编程计算，快速便捷；

（3）利用前 100 多个数据预测下一个数据，预测更准，误差更小；

（4）对于企业来说，只需要每周运行一次程序，即可得到下周需求量的预测，很方便；积累的数据量越大，预测的结果越可靠。

4.2 问题 2 的模型

4.2.1 制定生产计划——参数调整法（确保服务水平高质量）

1. 理清生产计划、实际需求量、库存量、缺货量、服务水平之间的关系

根据题目假设，本周计划生产的物料只能在下周及以后使用，那么，五个元素之间的关系如下：

周	生产计划 C_t	实际需求量 y_t	库存量 K_t	缺货量 Q_t	服务水平 F_t
t	C_t	y_t	K_t	Q_t	F_t
t+1	C_{t+1}	y_{t+1}	K_{t+1}	Q_{t+1}	F_{t+1}

表 6 生产计划、实际需求量、库存量、缺货量、服务水平之间关系

$$K_{t+1}=\begin{cases}C_t+K_t-(y_{t+1}+Q_t)，& \text{如果} C_t+K_t\geq y_{t+1}+Q_t\\ 0，& \text{否则}\end{cases}$$

$$Q_{t+1}=\begin{cases}y_{t+1}+Q_t-(C_t+K_t)，& \text{如果} C_{t-1}+K_{t-1}\leq y_t+Q_t\\ 0，& \text{否则}\end{cases}$$

$$F_{t+1}=1-\frac{Q_{t+1}}{y_{t+1}}$$

进一步假设第 100 周末的库存量和缺货量均为零，第 100 周的生产计划数恰好等于第 101 周的实际需求数，即第 101 周库存量=0，缺货量=0。

2. “参数调整法”确定生产计划（确保服务水平高质量）

根据需求量数据的趋势特点，**采用不同的参数进行平滑：水平型取参数 α=0.3，上升型取参数 α=0.8，下降型取参数 α=0.4。**这样选择参数，会使得数据在上升时快速增加，以达到避免积累缺货的目的。

利用第 1 题三次指数平滑预测法得到的第 t 周需求量预测值 $\hat{y}_t$，用来估计第 t 周的生产计划 C_t，以物料 6004010256 为例，由于数据具有上升型特点，故取参数 α=0.8，计算第 101-110 周的服务水平。为了避免实际需求量为 0 时出现服务水平计算过程中分母等于 0 的情况，将公式修改为：

$$\text{服务水平}=\begin{cases}1-\dfrac{\text{缺货量}}{\text{实际需求量}}, & \text{实际需求量}\neq 0\\ \text{不存在}, & \text{实际需求量}=0\end{cases}$$

下表为物料 6004010256 的生产计划、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平的计算结果：

周	生产计划 C_t	实际需求量 y_t	库存量 K_t	缺货量 Q_t	服务水平 F_t
101	63.82	8.00	0.00	0.00	100.0%
102	13.00	25.00	38.82	0.00	100.0%
103	18.74	33.00	18.82	0.00	100.0%
104	31.35	11.00	26.57	0.00	100.0%
105	8.44	16.00	41.92	0.00	100.0%
106	9.33	12.00	38.36	0.00	100.0%
107	6.76	6.00	41.69	0.00	100.0%
108	0.62	35.00	13.46	0.00	100.0%
109	35.71	10.00	4.07	0.00	100.0%
110	14.58	3.00	36.78	0.00	100.0%

表 7“参数调整法”计算的生产计划（物料 6004010256）

从表格中可以看出，库存量持续为正，缺货量就能保持是 0，那么服务水平将得到极大保障。

所有 6 种物料第 101-110 周的计算结果见支撑材料“第 2 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”。

同样的方法，计算 6 种物料第 101-177 周的计算结果。

所有 6 种物料第 101-177 周的计算结果见支撑材料“第 2 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”。

接下来，考查 6 种物料的综合结果：

物料编码	平均生产计划数/（件/周）	平均实际需求量/（件/周）	平均库存量（件/周）	平均缺货量/（件/周）	平均服务水平
6004021055	37.78	34.70	198.63	0.00	100.00%
6004020900	4.63	4.58	13.84	0.00	100.00%
6004010256	11.89	11.22	35.80	0.00	100.00%
6004020768	2.78	2.47	17.47	0.00	100.00%
6004020918	10.58	9.94	31.81	1.09	88.45%
6004020921	4.13	3.87	11.86	0.39	93.63%

表 8 “参数调整法”计算的综合结果

计算结果发现：

1. 6 种物料的平均服务水平都超过 85%，达到要求。

2. 平均库存量均大于 0，而且物料 6004021055 的平均库存量高达近 200 件/周，有很大的压缩空间。

3. 绝大多数情况下，服务水平均为 100%，在遇到实际需求数量突然增加时，生产计划跟不上，于是会出现 1 周或连续 2 周平均服务水平较低的情况。例如，物料 6004020900 在第 146、147 周、第 167 周出现服务水平较低，均是因为上一周出现需求量至少增加 10 件的差值。

146	5	6	6	0	100.00%
146	7	16	0	9	72.46%
147	19	6	0	4	34.88%
148	9	12	3	0	100.00%
166	1	13	3	0	100.00%
167	16	8	0	4	68.82%
168	12	11	1	0	100.00%

图 4 物料 6004020900 在第 146、147 周、第 167 周出现服务水平较低

4.3 问题 3 的模型

4.3.1 调整生产计划——强化参数法（利于提高服务水平）

如果为了满足服务水平，可以加大生产计划，弊端是很可能造成库存量大，增加成本；反之，如果为了降低库存成本，减少生产计划，弊端是很可能造成库存不足，缺货量增加，引起服务水平下降。

（一）强化参数法（利于提高服务水平）

为了避免因需求量激增而生产计划跟不上的现象，在使用三次指数平滑预测法时，注意时刻调整参数 α，而不是针对某一物料统一采用相同的参数 α，具体地，观察最近的两次数据，按照下面的表格选择参数：

情况		参数选择	说明
$y_{t+1}-y_t$	[100,+∞)	$\alpha=0.9$	面对上周需求量数据从 0 突然激增到很大的数时，需要快速、大幅度地预测，不仅能超过上周实际需求量，还要能预留出富余来应对本周的实际需求量，以保障服务水平不会连续 2 周都出现低质量情况。
$y_{t+1}-y_t$	[50,100)	$\alpha=0.8$	
$y_{t+1}-y_t$	[10,50)	$\alpha=0.6$	
$y_{t+1}-y_t$	(-10,10)	$\alpha=0.3$	面对需求数量稳定变化不大的情况，预测值也稳定地随之变化，不会积压过多的库存量。
$y_{t+1}-y_t$	[-50,-10)	$\alpha=0.4$	
$y_{t+1}-y_t$	[-100,-50)	$\alpha=0.5$	
$y_{t+1}-y_t$	[-∞,-100)	$\alpha=0.6$	面对需求数量突然减小，为了留有一定储备，所以下降幅度相对激增时的增加幅度来得缓一些。

表 9 “强化参数法”的参数选择参考值

4.3.2 调整生产计划——联合调整法（利于降低库存量）

为了尽可能地降低库存量成本，将生产计划C_t进行以下调整：

$$C_{t+1}=\begin{cases}\hat{y}_{t+1}-K_t+Q_t, & \text{如果}\ \hat{y}_{t+1}-K_t+Q_t\geq 0\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$$

如果（本周预测需求量+上周缺货量）高于上周库存量，则本周生产$\hat{y}_{t+1}-K_t+Q_t$，如果（本周预测需求量+上周缺货量）低于上周库存量，则本周生产为 0。

按照这样的调整方案，尽可能减少本周库存量，降低成本。

4.3.3 调整生产计划前后效果对比

在先后使用“强化参数法”和“联合调整法”之后，对之前的 6 种物料重新计算生产计划、库存量、缺货量、服务水平，综合结果如下：

周	预测需求量/件	实际生产计划/件	实际需求量/件	库存量/件	缺货量/件	服务水平
101	14.95	15.00	4.00	0.00	0.00	100.00%

102	5.33	5.33	8.00	7.00	0.00	100.00%
103	8.51	1.51	4.00	8.33	0.00	100.00%
104	5.89	0.00	5.00	4.84	0.00	100.00%
105	6.18	1.35	4.00	0.84	0.00	100.00%
106	4.88	4.05	2.00	0.18	0.00	100.00%
107	1.56	1.37	12.00	0.00	7.77	35.31%
108	13.53	21.30	13.00	0.00	19.40	0.00%
109	15.91	35.31	3.00	0.00	1.10	63.46%
110	6.24	7.34	8.00	26.21	0.00	100.00%

表 10 “强化参数法”+“联合调整法”计算结果（物料 6004020921）

物料编码	平均预测需求量/（件/周）	平均生产计划数/（件/周）	平均实际需求量/（件/周）	平均库存量（件/周）	平均缺货量/（件/周）	平均服务水平
6004021055	37.15	34.39	34.70	45.51	9.74	82.91%
6004020900	4.78	4.38	4.58	6.01	1.39	81.34%
6004010256	12.36	11.31	11.22	13.89	3.20	79.14%
6004020768	3.55	2.58	2.47	6.64	0.41	89.00%
6004020918	11.26	10.07	9.94	20.76	3.94	80.92%
6004020921	4.58	3.88	3.87	7.40	1.20	77.93%

表 11 “强化参数法”+“联合调整法”计算的综合结果

具体 6 种物料在 101-110、101-177 周的生产情况计算见支撑材料“第 3 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”、“第 3 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”、“第 3 题-6 种物料的综合结果.xlsx”。

对比表 9 和表 10，可以发现：

1. 所有物料的平均库存量均有不同程度下降，平均服务水平也有降低。

2. 物料 6004021055 平均库存量从 198.63 下降到 45.51，降幅 77.1%，而平均服务水平则从 100%下降到 82.91%。

3. 物料 6004020921 平均库存量从 11.86 下降到 7.4，降幅 37.6%，而平均服务水平则从 93.63%下降到 77.93%。

4. 针对库存量较大的物料，“强化参数法”和“联合调整法”大幅度减少了库存量成本，损失了部分服务水平应该是值得的；而针对库存量较小的物料，减少的库存量绝对值不多，但平均服务水平低于 85%太多，容易流失客户，不值得。

针对这个问题，我们将“强化参数法”和“联合调整法”模型再次改进：

若经历“强化参数法”和“联合调整法”步骤之后，平均库存量低于 30 件/周，

且平均服务水平低于85%的，令$C_{t+1}=\left(\hat{y}_{t+1}-K_t+Q_t\right)\times 1.1$，使得平均库存量小幅增加，但平均服务水平达到85%。

再次计算6种物料的各项数据和综合结果，得到：

周	预测需求量/件	实际生产计划/件	实际需求量/件	库存量/件	缺货量/件	服务水平
101	14.95	15.00	4.00	0.00	0.00	100.00%
102	5.33	7.27	8.00	7.00	0.00	100.00%
103	8.51	2.06	4.00	10.27	0.00	100.00%
104	5.89	0.00	5.00	7.33	0.00	100.00%
105	6.18	0.00	4.00	3.33	0.00	100.00%
106	4.88	2.12	2.00	1.33	0.00	100.00%
107	1.56	0.30	12.00	0.00	8.55	28.81%
108	13.53	30.14	13.00	0.00	21.25	0.00%
109	15.91	50.72	3.00	5.89	0.00	100.00%
110	6.24	0.48	8.00	48.61	0.00	100.00%

表12 “强化参数法”+“联合调整法”（改进版）计算结果（物料6004020921）

物料编码	平均预测需求量/（件/周）	平均生产计划数/（件/周）	平均实际需求量/（件/周）	平均库存量（件/周）	平均缺货量/（件/周）	平均服务水平
6004021055	37.15	34.09	34.70	81.23	6.45	87.76%
6004020900	4.78	4.37	4.58	10.15	1.15	85.40%
6004010256	12.36	11.32	11.22	23.33	1.83	89.35%
6004020768	3.55	2.58	2.47	6.64	0.41	89.00%
6004020918	11.26	10.39	9.94	31.11	2.52	85.63%
6004020921	4.58	3.90	3.87	9.88	0.70	87.93%

表13 “强化参数法”+“联合调整法”（补充版）计算的综合结果

改进调整之后，发现平均服务水平都上升，且达到85%以上！物料6004020921第109周的服务水平从63.46%上升到100%。

具体6种物料在101-110、101-177周的生产情况计算见支撑材料“第3题-6种物料的101~110周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平（改进版）.xlsx”、“第3题-6种物料的101~177周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平（改进版）.xlsx”、“第3题-6种物料的综合结果（改进版）.xlsx”。

4.4 问题4的模型

4.4.1 推广模型（考虑 k=2 周及以后才能使用）

更改假设，假设本周计划生产的物料只能在 k=2 周及以后使用，那么对突然增加需求量的情况就必然导致服务水平极低，而且会有持续影响，所以必须继续调大参数 α=0.9，并且在需求量基础上数乘 β（β≥1），以达到快速增加需求量的目的。k 值越大，β 值也越大。

可以增加参数 $\beta(\beta>0)$，使得

$$C_{t+1}=\begin{cases}\left(\hat{y}_{t+1}-K_t+Q_t\right)\times\beta, & \text{如果}\hat{y}_{t+1}-K_t+Q_t\geq 0\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$$

$$K_{t+1}=\begin{cases}C_{t-1}+K_t-X_t-Q_t, & \text{如果}C_{t-1}+K_t-Q_t\geq 0\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$$

如果想要提高服务水平，就让 $\beta>1$，β 越大，生产越多，库存越多；反之，如果想要降低库存量，就让 $0<\beta\leq 1$，β 越小，生产越少，库存越少，但缺货量提高，服务水平就越小。

对于 k=2，取 β=1.3~1.4，计算 6 种物料的库存、缺货量及服务水平，及综合结果。

物料编码	平均预测需求量/（件/周）	平均生产计划数/（件/周）	平均实际需求量/（件/周）	平均库存量（件/周）	平均缺货量/（件/周）	平均服务水平
6004021055	37.15	32.97	34.70	74.57	16.05	80.00%
6004020900	4.78	4.62	4.58	11.97	2.26	65.82%
6004010256	12.36	11.44	11.22	20.87	5.00	67.54%
6004020768	3.55	2.74	2.47	9.27	0.81	73.14%
6004020918	11.26	10.23	9.94	28.75	4.15	63.33%
6004020921	4.58	3.95	3.87	9.04	1.34	67.15%

表 14　6 种物料的综合结果（β=1）

物料编码	平均预测需求量/（件/周）	平均生产计划数/（件/周）	平均实际需求量/（件/周）	平均库存量（件/周）	平均缺货量/（件/周）	平均服务水平
6004021055	37.15	35.96	34.70	104.13	10.73	81.61%
6004020900	4.78	4.75	4.58	19.88	1.65	81.71%
6004010256	12.36	10.98	11.22	42.43	3.77	85.10%
6004020768	3.55	2.74	2.47	12.81	0.58	86.34%
6004020918	11.26	10.25	9.94	49.32	2.48	86.50%
6004020921	4.58	4.25	3.87	16.98	1.13	84.24%

表 15　6 种物料的综合结果（β=1.3~1.4）

所有 6 种物料具体各周、综合结果的计算结果见支撑材料：

“第 4 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平(k=2)（β=1）.xlsx”、

“第 4 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平(k=2)（β=1）.xlsx”、

“问题 4-6 种物料的综合结果(k=2)（β=1）”

“第 4 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平(k=2)（β=1.3~1.4）.xlsx”、

“第 4 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平(k=2)（β=1.3~1.4）.xlsx”、

“问题 4-6 种物料的综合结果(k=2)（β=1.3~1.4）”

4.4.2 推广模型（考虑 k（≥2）周及以后才能使用）

对于 k≥2，

$$C_{t+1}=\begin{cases}\left(\hat{y}_{t+1}-K_t+Q_t\right)\times\beta, & \text{如果}\hat{y}_{t+1}-K_t+Q_t\geq 0\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$$

$$K_{t+1}=\begin{cases}C_{t+1-k}+K_t-X_t-Q_t, & \text{如果}C_{t+1-k}+K_t-X_t-Q_t\geq 0\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$$

此时，建议 β 取更大的数值，具体参数需要在实际计算中不断摸索。

五、模型的结果

1. 小批量物料的生产安排过程，可以总结为：

（1）统计周需求量；

（2）利用时间序列三次指数平滑模型，结合历史数据，预测本周需求量，融合参数调整法，实时调整参数，提高服务水平；

（3）利用联合调整法，联合上周库存量和缺货量，兼顾物料 k 周之后使用的情况，采用公式

$$C_{t+1}=\begin{cases}\left(\hat{y}_{t+1}-K_t+Q_t\right)\times\beta, & \text{如果}\hat{y}_{t+1}-K_t+Q_t\geq 0\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$$

确定本周生产计划最终结果，其中 $\beta>0$。

（4）每周实时检查库存量、缺货量以及服务水平，及时调整相关参数，做到库存量与服务水平的平衡。

2. 所有计算结果：

（1）第 1 题时间序列模型三次指数平滑预测法计算程序见附录第二部分“程序附录”；

（2）第 1 题预测值与实际值的误差计算见支撑材料

“第 1 题-6 种物料的预测值及误差计算.xlsx”；

（3）第 2 题“参数调整法”计算结果见支撑材料

“第 2 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”、

“第 2 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”、

“第 2 题-6 种物料的综合结果.xlsx”；

（4）第 3 题“强化参数法”+“联合调整法”计算结果见支撑材料

“第 3 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”、

“第 3 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx”、

“第 3 题-6 种物料的综合结果.xlsx”；

（5）第 3 题“强化参数法”+“联合调整法”（改进版）计算结果见支撑材料

“第 3 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平(改进版).xlsx”、

“第 3 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平(改进版).xlsx”、

“第 3 题-6 种物料的综合结果(改进版).xlsx”；

（6）第 4 题 k=2 计算结果见支撑材料

“第 4 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平(k=2)（β=1）.xlsx”、

“第 4 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平(k=2)（β=1）.xlsx”、

“第 4 题-6 种物料的综合结果(k=2)（β=1）.xlsx”、

“第 4 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平(k=2)（β=1.3~1.4）.xlsx”、

“第 4 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平(k=2)（β=1.3~1.4）.xlsx”、

“第 4 题-6 种物料的综合结果(k=2)（β=1.3~1.4）.xlsx”.

3. 所有计算结论：

（1）利用三次指数平滑模型预测需求量，标准差较小，稳定准确；

（2）“参数调整法”模型下，服务水平较高，6 种物料的平均服务水平均达到 85%以上；

（3）“强化参数法”+“联合调整法”模型下，库存量大幅下降，平均服务水平在 80%以上，经过参数调整改进后，服务水平上升至 85%以上；

（4）如果本周计划生产的物料只能在 k（k≥2）周及以后使用，可以预测服务水平将普遍下降（β=1 时），增加 β 参数继续调整，对于 k=2 的情况进行计算，取 β=1.3~1.4，计算得到平均服务水平仍然在 80%以上。

六、模型的评价与改进

1、论文给出小批量物料生产过程的具体步骤（见第五部分模型的结果），清晰明了、易操作，具有一定推广意义。

2、有效地应用 MATLAB 软件编写三次指数平滑预测法的算法程序，方便调整参数 α，极大地提高运算速度。

3、在选择重点关注物料的时候，如果能将所有 284 种物料的周需求量都绘图，就能找到更多不同的类型来关注。

4、该问题可能还可以尝试用规划模型来求解生产规划，由于时间有限，未能深入探索。

七、参考文献

[1] 时间序列挖掘-预测算法-三次指数平滑法(Holt-Winters) https://www.cnblogs.com/kemaswill/archive/2013/04/01/2993583.html，2022 年 9 月 16 日。

[2] Matlab 实现指数平滑, https://blog.csdn.net/qq_43605229/article/details/116358184?utm_source=app&app_version=5.3.0&code=app_1562916241&uLinkId=usr1mkqgl919blenhttps://www.cnblogs.com/kemaswill/archive/2013/04/01/2993583.html，2022 年 9 月 16 日。

[3] 布罗克威尔，《时间序列的理论与方法》第二版, 北京：高等教育出版社，2001 年.

[4] 王立柱，《时间序列模型及预测》，北京：科学出版社，2018 年.

[5] 王倩，《数学建模方法与应用》，北京：北京师范大学出版社，2016 年.

中国大学生在线 dxs.moe.gov.cn

附录

（一）支撑材料的文件列表

第 1 题-6 种物料的预测值及误差计算.xlsx

第 2 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx
第 2 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx
第 2 题-6 种物料的综合结果.xlsx

第 3 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx
第 3 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx
第 3 题-6 种物料的综合结果.xlsx

第 3 题-6 种物料的综合结果（改进版）.xlsx
第 3 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平（改进版）.xlsx
第 3 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平（改进版）.xlsx

第 4 题-6 种物料的 101~110 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx
第 4 题-6 种物料的 101~177 周生产计划数、实际需求量、库存量、缺货量和服务水平.xlsx
第 4 题-6 种物料的综合结果.xlsx

中国大学生在线 dxs.moe.gov.cn

（二）程序附录

1、三次指数平滑算法 MATLAB 程序

```
clc,clear
load fulua.txt
yt=fulua;
n=length(yt);
yt=fulua;
n=size(yt,1);
alpha=0.4;
st1_0=mean(yt(1:3));
st2_0=st1_0;st3_0=st1_0;
st1(1)=alpha*yt(1)+(1-alpha)*st1_0;
st2(1)=alpha*st1(1)+(1-alpha)*st2_0;
st3(1)=alpha*st2(1)+(1-alpha)*st3_0;
for i=2:n
    st1(i)=alpha*yt(i)+(1-alpha)*st1(i-1);
    st2(i)=alpha*st1(i)+(1-alpha)*st2(i-1);
    st3(i)=alpha*st2(i)+(1-alpha)*st3(i-1);
end
xlswrite('fulua',[st1',st2',st3'])
st1=[st1_0,st1];
st2=[st2_0,st2];
st3=[st3_0,st3];
a=3*st1-3*st2+st3;
b=0.5*alpha/(1-alpha)^2*((6-5*alpha)*st1-2*(5-4*alpha)*st2+(4-3*alpha)*st3);
c=0.5*alpha^2/(1-alpha)^2*(st1-2*st2+st3);
yu=a+b+c;

for i=1:n+1
    if yu(i)<0
    yu(i)=0;
    end
end

xlswrite('fulua.xls','1','sheet1','D1')
plot(1:n,yt,'r',1:n,yu(1:n),'b')
title('物料编码  6004020900');
legend('实际值','预测值');
kn=1
result=[a(n+1),b(n+1),c(n+1)];
for i=1:kn yshu(i)=polyval(result,i);
    str=char(['B',int2str(n+i)]);
    xlswrite('jieguo.xls',yshu(i),'20900',str)
```

中国大学生在线 dxs.moe.gov.cn

```
end
if yshu<0
    yshu=0;
end
yshu
yu=yu';
```

2、问题 3 MATLAB 程序（物料编码 6004010256）

```
clc,clear
load fulu1.txt
yt=fulu1;
n=length(yt);
yt=fulu1;
n=size(yt,1);
alpha=0.5;
st1_0=mean(yt(1:3));
st2_0=st1_0;st3_0=st1_0;
st1(1)=alpha*yt(1)+(1-alpha)*st1_0;
st2(1)=alpha*st1(1)+(1-alpha)*st2_0;
st3(1)=alpha*st2(1)+(1-alpha)*st3_0;
for i=2:n
    st1(i)=alpha*yt(i)+(1-alpha)*st1(i-1);
    st2(i)=alpha*st1(i)+(1-alpha)*st2(i-1);
    st3(i)=alpha*st2(i)+(1-alpha)*st3(i-1);
end
xlswrite('fulua',[st1',st2',st3'])
st1=[st1_0,st1];
st2=[st2_0,st2];
st3=[st3_0,st3];
a=3*st1-3*st2+st3;
b=0.5*alpha/(1-alpha)^2*((6-5*alpha)*st1-2*(5-4*alpha)*st2+(4-3*alpha)*st3);
c=0.5*alpha^2/(1-alpha)^2*(st1-2*st2+st3);
yu=a+b+c;
for i=101:140
    if yu(i)>0
    yu(i)=yu(i)*1.15;
    end
end
for i=1:n
    if yu(i)<17.9
    yu(i)=yu(i)*1.25;
    end
end
```

中国大学生在线 dxs.moe.gov.cn

```
for i=1:n+1
    if yu(i)>35.8
    yu(i)=yu(i)*0.85;
    end
end
for i=140:n+1
    if yu(i)>35.8
    yu(i)=yu(i)*0.9;
    end
end
for i=1:n+1
    if yu(i)>17.9
    yu(i)=yu(i)*0.85;
    end
end
for i=140:n+1
    if yu(i)>17.9
    yu(i)=yu(i)*0.9;
    end
end
for i=1:n+1
    if yu(i)<0
    yu(i)=0;
    end
end

xlswrite('fulua.xls','1','sheet1','D1')
plot(1:n,yt,'r',1:n,yu(1:n),'b')
title('物料编码  6004010256');
legend('实际值','预测值') ;
kn=1
result=[a(n+1),b(n+1),c(n+1)];
for i=1:kn yshu(i)=polyval(result,i);
    str=char(['B',int2str(n+i)]);
    xlswrite('jieguo.xls',yshu(i),'10372',str)
end
if yshu<0
    yshu=0;
end
yshu
yu=yu';
```

中国大学生在线 dxs.moe.gov.cn