

2017 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“全国大学生数学建模竞赛论文格式规范”)

A 题 CT 系统参数标定及成像

CT(Computed Tomography)可以在不破坏样品的情况下, 利用样品对射线能量的吸收特性对生物组织和工程材料的样品进行断层成像, 由此获取样品内部的结构信息。一种典型的二维 CT 系统如图 1 所示, 平行入射的 X 射线垂直于探测器平面, 每个探测器单元看成一个接收点, 且等距排列。X 射线的发射器和探测器相对位置固定不变, 整个发射-接收系统绕某固定的旋转中心逆时针旋转 180 次。对每一个 X 射线方向, 在具有 512 个等距单元的探测器上测量经位置固定不动的二维待检测介质吸收衰减后的射线能量, 并经过增益等处理后得到 180 组接收信息。

CT 系统安装时往往存在误差, 从而影响成像质量, 因此需要对安装好的 CT 系统进行参数标定, 即借助于已知结构的样品(称为模板)标定 CT 系统的参数, 并据此对未知结构的样品进行成像。

请建立相应的数学模型和算法, 解决以下问题:

(1) 在正方形托盘上放置两个均匀固体介质组成的标定模板, 模板的几何信息如图 2 所示, 相应的数据文件见附件 1, 其中每一点的数值反映了该点的吸收强度, 这里称为“吸收率”。对应于该模板的接收信息见附件 2。请根据这一模板及其接收信息, 确定 CT 系统旋转中心在正方形托盘中的位置、探测器单元之间的距离以及该 CT 系统使用的 X 射线的 180 个方向。

(2) 附件 3 是利用上述 CT 系统得到的某未知介质的接收信息。利用(1)中得到的标定参数, 确定该未知介质在正方形托盘中的位置、几何形状和吸收率等信息。另外, 请具体给出图 3 所给的 10 个位置处的吸收率, 相应的数据文件见附件 4。

(3) 附件 5 是利用上述 CT 系统得到的另一个未知介质的接收信息。利用(1)中得到的标定参数, 给出该未知介质的相关信息。另外, 请具体给出图 3 所给的 10 个位置处的吸收率。

(4) 分析(1)中参数标定的精度和稳定性。在此基础上自行设计新模板、建立对应的标定模型, 以改进标定精度和稳定性, 并说明理由。

(1)-(4)中的所有数值结果均保留 4 位小数。同时提供(2)和(3)重建得到的介质吸收率的数据文件(大小为 256×256 , 格式同附件 1, 文件名分别为 problem2.xls 和 problem3.xls)

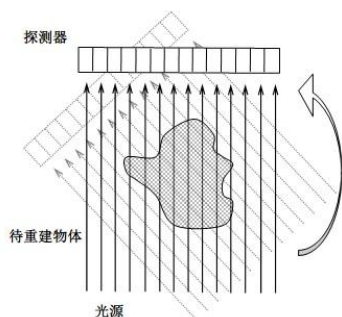


图 1. CT 系统示意图

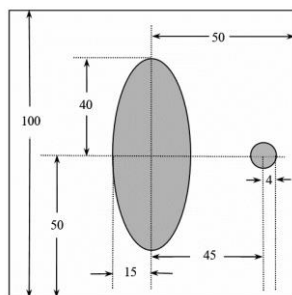


图 2. 模板示意图(单位: mm)

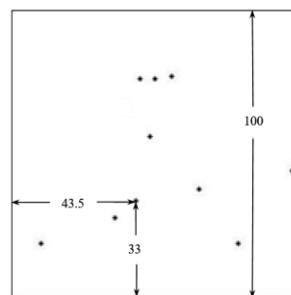


图 3. 10 个位置示意图